

## Problèmes

### Ex 1 : Triangle équilatéral ?

ABC est un triangle tel que  $BC=4\text{cm}$ , I est le milieu du segment  $[BC]$ , les droites  $(AI)$  et  $(BC)$  sont perpendiculaires et  $AI=3,5\text{cm}$ .

Le triangle ABC est-il équilatéral ?

### Ex2 : Cercle de Moser

On place  $n$  points sur un cercle de telle sorte qu'en joignant chaque point à tous les autres, trois segments ne soient jamais concourants.

Le but de l'exercice est de s'interroger sur le nombre de régions ainsi délimitées à l'intérieur du cercle.

- 1) Faire une figure et compter le nombre de régions pour  $n = 2$ ,  $n = 3$ ,  $n = 4$  et  $n = 5$ .
- 2) Conjecturer le nombre de régions pour  $n = 6$ .
- 3) Vérifier votre conjecture en faisant une figure pour  $n = 6$ .

### Ex 3 : Aire d'un disque connaissant son périmètre

L'aire d'un disque de périmètre 44 est-elle plus petite, égale ou plus grande que 154 ?

### Ex 4 : Vitesse moyenne

Un automobiliste roule à 120 km/h sur la moitié de son trajet et à 80 km/h sur l'autre moitié. Calculer sa vitesse moyenne sur son trajet entier.

### Ex 5 : Carré de 1,0000003

On pose  $a=1,0000003$  et on s'intéresse à  $a^2$

- 1) Quelle est la valeur de  $a^2$  affichée par votre calculatrice ?
- 2) Est ce la valeur exacte ou une valeur approchée ?
- 3) Écrire  $a$  sous la forme  $1+n \times 10^p$  avec  $n$  et  $p$  entiers et  $n$  le plus petit possible.
- 4) En déduire l'écriture décimale de  $a^2$ .

### Ex 6 : Temps de doublement d'un capital

On place 1000€ au taux annuel de 2,25 %. A la fin de chaque année les intérêts sont ajoutés au capital pour constituer le capital de l'année suivante.

Au bout de combien d'année ce capital aura t-il au moins doublé ?

### Ex 7 : Comparer 2 nombres

1) Les nombres  $\frac{33\,215}{66\,317}$  et  $\frac{104\,348}{208\,341}$  sont-ils égaux ?

2) Les nombres  $\frac{941664}{665857}$  et  $\sqrt{2}$  sont-ils égaux ?

### Ex 8 : Puissances

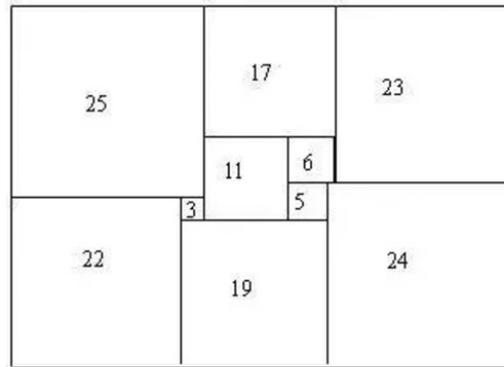
Soit  $n$  un entier naturel et  $A$ ,  $B$ ,  $C$  trois nombres définis par :

$$A = \frac{(8^{n+1} + 8^n)^2}{(4^n - 4^{n-1})^3}; \quad B = 1^n + 5^n + 9^n + 17^n + 18^n \quad \text{et} \quad C = 2^n + 3^n + 11^n + 15^n + 19^n$$

- 1) Calculer  $A$ ,  $B$  et  $C$  pour  $n=0$ ,  $n=1$ ,  $n=2$  et  $n=3$ .
- 2) Émettre deux conjectures.
- 3) Prouver ou réfuter vos deux conjectures.

### Ex 9 : Rectangle parfait

Un rectangle parfait est un rectangle dont les mesures des côtés sont des nombres entiers et composé de carrés dont les mesures des côtés sont des nombres entiers distincts. Voici un exemple :



Le plus petit rectangle parfait a été découvert en 1909 par Moron. Il est composé de neuf carrés dont les mesures sont 1, 4, 7, 8, 9, 10, 14, 15, 18.

- 1) Calculer la mesure A de son aire.
- 2) Donner la décomposition en facteurs premiers de A.
- 3) Donner tous les diviseurs positifs de A.
- 4) En déduire ses dimensions en procédant par éliminations successives.
- 5) Le reconstituer avec pour unité de longueur le demi-centimètre.

### Ex 10 : Fonction affine ?

La fonction f définie par  $f(x) = \frac{x^3 + x^2 + x + 1}{x^2 + 1}$  est-elle une fonction affine ?

### Ex 11 : Le jeu du 1 à 100

On tire au hasard un nombre entier compris entre 1 et 100 inclus. Si le nombre tiré est un multiple de 3 ou un multiple de 4 je gagne.

Dans tous les autres cas vous gagnez. Voulez-vous jouer avec moi ?

### Ex 12 : L'oral

La procédure d'un examen oral est la suivante :

- Le candidat tire au hasard 2 sujets parmi les 10 sujets au programme.
- Le candidat prend connaissance des deux sujets.
- Le candidat choisit un sujet parmi les deux sujets qu'il devra traiter devant l'examineur.

Un candidat connaît 5 sujets.

Calculer la probabilité que ce candidat puisse traiter au moins un sujet qu'il connaît.

### Ex 13 : QCM

Un QCM comporte 4 questions. Chaque question est accompagnée de 3 propositions de réponses. Pour chaque question, une et une seule des trois propositions est exacte. Un élève répond au hasard à ce QCM. Calculer la probabilité que cet élève ait 0, 1, 2, 3, ou 4 réponses justes.

### Ex 14 : Loto Foot

Vous devez pronostiquer 7 matches. Chaque match peut avoir 3 résultats : 1 pour une victoire de la première équipe, N pour un match nul et 2 pour une victoire de la deuxième équipe.

Vous gagnez si vous avez 7 ou 6 bons résultats pour les 7 matches pronostiqués.

Quelle est votre probabilité de gagner si vous décidez de répondre au hasard ?