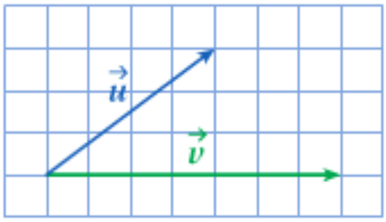
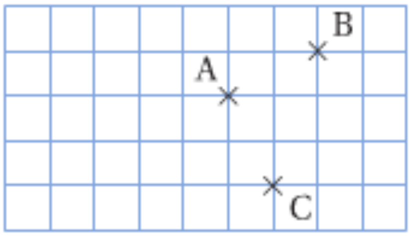
03 : Les vecteurs

Exercice 1

1. Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs.
Reproduire la figure suivante en respectant le quadrillage puis représenter les vecteurs :
a. $3\vec{u}$ **b.** $-\vec{v}$ **c.** $3\vec{u}-\vec{v}$

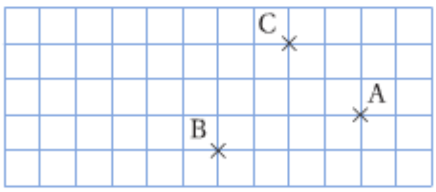


2. Soit trois points A, B et C.
Reproduire la figure suivante en respectant le quadrillage puis représenter le vecteur $2\overrightarrow{BC}-3\overrightarrow{AC}$.



3. Soit trois points A, B et C.
Reproduire la figure suivante en respectant le quadrillage puis construire :
a. Le point M tel que $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}$.

b. Le point N tel que $\overrightarrow{AN}=2\overrightarrow{BN}+\overrightarrow{CA}$.



Exercice 2

ABC est un triangle. D et E sont les points tels que : $\overrightarrow{EB}=\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{ED}=2\overrightarrow{BC}$.
1. Faire une figure.

2. Démontrer que C est le milieu du segment $[AD]$.

Exercice 3

Soient R, S et T trois points.

1. a. Construire le point P tel que $\overrightarrow{RP} = \overrightarrow{RS} + \overrightarrow{RT}$.

b. En utilisant la relation de Chasles, montrer que : $\overrightarrow{TP} = \overrightarrow{RS}$.

2. a. Construire le point U tel que $\overrightarrow{SU} = \overrightarrow{SR} + \overrightarrow{ST}$.

b. Montrer que $\overrightarrow{RU} = \overrightarrow{ST}$.

c. En déduire la nature du quadrilatère $SRUT$.

3. Démontrer que T est le milieu de $[UP]$.

Exercice 4

1. Construire un parallélogramme $EFGH$ qui ne soit ni un rectangle, ni un losange.

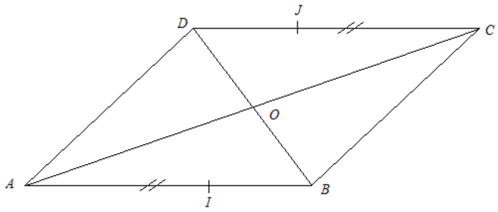
2. Recopier et compléter $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FG} = \overrightarrow{E...}$ puis $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{EH} = \overrightarrow{E...}$

3. Construire le point M tel que $\overrightarrow{EM} = \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{EG}$.

4. Quelle est l'image du point G par la translation de vecteur $\overrightarrow{EF}$? Justifier la réponse.

Exercice 5

Soit $ABCD$ un parallélogramme de centre O.
Soit I un point du segment $[AB]$ distinct de A de B.
On désigne par J le point du segment $[CD]$ tel que $CJ = AI$.



On veut démontrer que O est le milieu du segment $[IJ]$

Méthode 1 : Solution utilisant les configurations

1. Démontrer que $AICJ$ est un parallélogramme.

2. En déduire que O este milieu de $[IJ]$.

Méthode 2 : Solution vectorielle

1. Déterminer deux vecteurs égaux respectivement aux vecteurs $\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{OA}$. Justifier.

2. En déduire un vecteur égal au vecteur $\overrightarrow{OI}$.

Exercice 6

Les 3 questions suivantes sont indépendantes.

1. Simplifier au maximum l'écriture du vecteur $\vec{u} = \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{BI} - \left(\overrightarrow{RB} - \overrightarrow{IS}\right) + \overrightarrow{RC}$.

2. Soient $\left[AC\right]$ et $\left[BD\right]$ deux diamètres d'un cercle *C*.
Démontrer que $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.

3. Tracer un triangle équilatéral *ABC* de côté 4 cm.
Construire les points *D* et *E* vérifiant : $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CM} = \vec{0}$.

Exercice 7

Soit *I* le milieu d'un segment $\left[AB\right]$ et *M* un point n'appartenant pas à la droite $\left(AB\right)$.
1. Construire les points *C* et *D* tels que $\overrightarrow{IC} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IM}$ et $\overrightarrow{ID} = \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IM}$

2. Quelle est la nature des quadrilatères *AIMC* et *IBDM* ?

3. Démontrer que *M* est le milieu de $\left[CD\right]$.

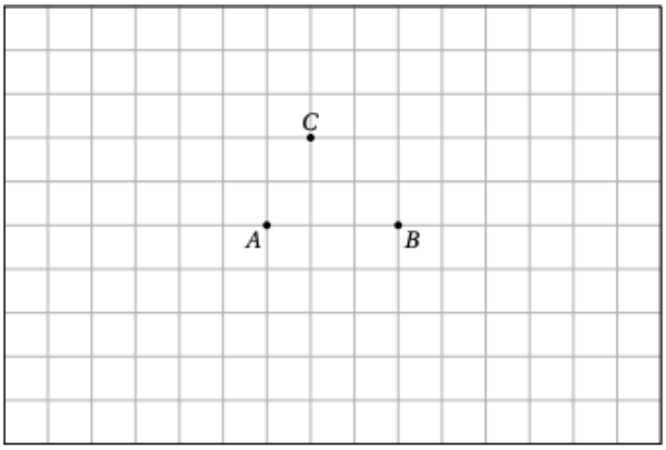
4. Démontrer que $\overrightarrow{IC} = \overrightarrow{BM}$.

5. Soit *E* le symétrique de *I* par rapport à *M*.
a. Traduire cette propriété par une égalité vectorielle.

b. Démontrer que $\overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \overrightarrow{IE}$.

Exercice 8

On considère la figure ci-dessous :



1. Construire les points *E*, *F*, *G* et *H* définis par :

$\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ $\qquad$ $\overrightarrow{BF} = 3\overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}$

$\overrightarrow{AG} = -\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$ $\qquad$ $\overrightarrow{CH} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$

2. a. Démontrer, en utilisant la relation de Chasles, que $\overrightarrow{BF} + \overrightarrow{BH} = \vec{0}$.

b. Que peut-on en déduire ?

3. a. À l'aide de la relation de Chasles, exprimer $\overrightarrow{GE}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ uniquement.

b. Démontrer que $\overrightarrow{AH} = 3\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$.

c. Que peut-on en déduire ?