09 : Géométrie repérée

Exercice 1

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère les points $A(-1;2)$, $B(6;1)$ et $D(8;5)$.

1. a. Calculer les coordonnées du milieu *I* du segment $[AB]$.

b. Déterminer une équation de la médiatrice d_1 du segment $[AB]$.

2. Déterminer une équation de la médiatrice d_2 du segment $[BD]$.

3. Déterminer les coordonnées du point d'intersection *K* de d_1 et d_2.

4. Justifier que le point *K* appartient à la médiatrice du segment $[AD]$.

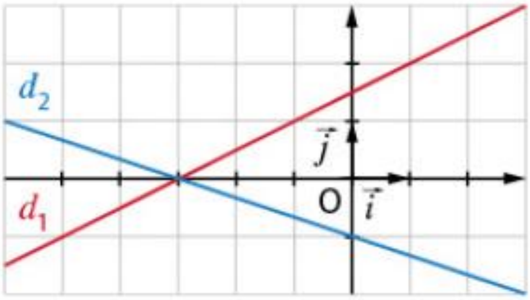
5. Déterminer une équation du cercle *C* circonscrit au triangle *ABD*, c'est-à-dire le cercle de centre *K* passant par les points *A*, *B* et *D*.

6. On considère la droite *d* perpendiculaire à (DK) passant par *D*.
Montrer que la droite *d* et le cercle *C* n'ont qu'un point commun.
d est appelée tangente au cercle *C* en *D*.

Exercice 2

On a représenté ci-dessous les droites d_1 et d_2 d'équations respectives :

$$d_1 : x-2y+3=0 \text{ et } d_2 : x+3y+3=0$$



1. Donner les coordonnées d'un vecteur directeur de la droite d_1.

2. Soit d_3 la perpendiculaire la droite d_1 passant par le $A(1;2)$.

a. Donner les coordonnées d'un vecteur normal à d_3.

b. Déterminer une équation de d_3.

3. a. Donner les coordonnées d'un vecteur directeur à d_2.

b. Déterminer une équation de la perpendiculaire à d_2 passant par l'origine du repère.

Exercice 3

d_1 et d_2 sont deux droites d'équations respectives $d_1 : 3x-5y+2=0$ et $d_2 : 2x+3y=0$.

1. Tracer ces deux droites dans un repère.

2. Ces deux droites sont-elles perpendiculaires ?

Exercice 4

On considère les points $D(4;-6)$, $E(4;5)$ et $F(-4;-3)$.

1. Déterminer une équation de la hauteur issue de *D* dans le triangle *EDF*.

2. Déterminer une équation de la hauteur issue de *F*.

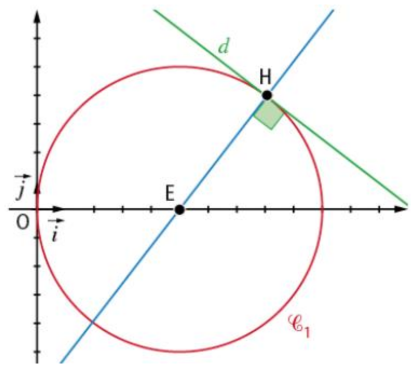
3. Déterminer les coordonnées de *H* point d'intersection de ces deux hauteurs.

4. Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{EH}.\overrightarrow{DF}$. Que peut-on en déduire ?

Exercice 5

On considère les points $E(5;0)$ et $H(8;4)$.

Soit C_1 le cercle de centre *E* passant par *H* et *d* la tangente au cercle C_1 en *H*, C'est-à-dire la perpendiculaire à (EH) passant par *H*.



1. Déterminer une équation de la droite *d*.

2. Déterminer une équation du cercle C_1.

3. On considère le cercle C_2 d'équation : $x^2-22,5x+y^2+125=0$.

Déterminer le centre *K* et le rayon de ce cercle.

4. Montrer que les cercles C_1 et C_2 ont un seul point commun.

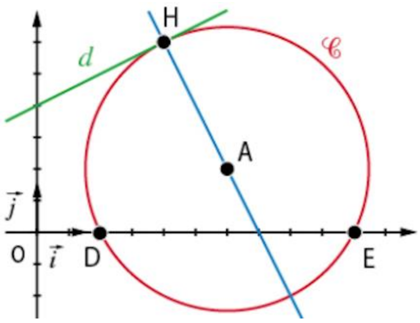
5. a. Calculer les coordonnées du projeté orthogonal *P* de *K* sur *d*.

b. Calculer la distance du point *K* à la droite *d*.

c. Montrer que *P* est l'unique point d'intersection de C_2 et de *d*.

Exercice 6

On considère le point $A(6;2)$ et la droite *d* d'équation $x-2y+8=0$.



1. a. Donner les coordonnées d'un vecteur directeur de *d*.

b. Déterminer une équation de la perpendiculaire à *d* passant par *A*.

2. Calculer les coordonnées de *H*, projeté orthogonal de *A* sur *d*.

3. Déterminer une équation du cercle *C* de centre *A* passant par *H*.

4. Le cercle *C* coupe l'axe des abscisses en *D* et *E*.
Calculer les coordonnées des points *D* et *E*.