

1 Premières définitions

Définition 1. Une **expérience** est dite **aléatoire** lorsqu'elle comporte plusieurs résultats possibles et que l'on ne peut pas prévoir avec certitude quel résultat se produira.
De plus, on doit pouvoir reproduire l'expérience dans les mêmes conditions.

Définition 2. Les résultats possibles s'appellent des **issues**.

Exemple(s) 1.

1. On lance un dé non truqué et on note le résultat obtenu. Les issues sont : 1, 2, 3, 4, 5 ou 6
2. On tire une boule dans une urne contenant 3 boules rouges, 2 boules bleues et 5 boules vertes, et on note la couleur de la boule tirée. Les issues possibles sont : vert, rouge ou bleu.

Définition 3. A chaque issue correspond une **probabilité**, qui est un nombre compris entre 0 et 1.

Ce nombre représente "la proportion de chances" que l'issue se réalise. On peut le donner sous forme décimale, fractionnaire ou bien de pourcentage.

Exemple(s) 2. • $P(1) = P(2) = P(3) = P(4) = P(5) = P(6) = \frac{1}{6}$
Ici on dit qu'il y a **équiprobabilité**.

- $P(\text{rouge}) =$, $P(\text{bleu}) =$, et $P(\text{vert}) =$

On a 3 chances sur 10 d'obtenir une boule rouge, 1 chance sur 5 d'obtenir une boule bleue et 1 chance sur 2 d'obtenir une boule verte.

Propriété 1. La somme des probabilités des issues d'une expérience est égale à 1.

Exemple(s) 3. • $P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) =$

- $P(\text{rouge}) + P(\text{bleu}) + P(\text{vert}) =$

2 Notion d'événement

Définition 4. Un **événement** est un énoncé qui peut être réalisé par une ou plusieurs ou aucune issues lors d'une expérience.

Définition 5. La probabilité d'un événement est égale à la somme des probabilités des issues qui réalisent cet événement.

Exemple(s) 4. • Soit l'événement A : « Obtenir au moins 4 », l'événement B : « Obtenir 8 » et l'événement C : « Obtenir un nombre entier ».

$$P(A) = \qquad P(B) = \qquad P(C) =$$

- Soit l'événement A : « Obtenir une boule bleue ou verte », l'événement B : « Obtenir une boule jaune » et l'événement C : « Obtenir une boule bleue, verte ou rouge ».

$$P(A) = \qquad P(B) = \qquad P(C) =$$

Définition 6. Il y a un vocabulaire pour certains types d'événements :

- Un événement qui ne peut être réalisé que par une seule issue est un événement **élémentaire**.
- Un événement qui ne peut être réalisé par aucune issue est un événement **impossible**.
- Un événement qui est réalisé par toutes les issues est un événement **certain**.
- Deux événements qui ne peuvent pas se produire en même temps sont dits **incompatibles**.
- L'événement **contraire** d'un événement A est celui qui se réalise lorsque A ne se réalise pas. On le note \bar{A} .

Exemple(s) 5. • Dans les deux exemples, les événements B sont impossibles.

- Dans les deux exemples, les événements C sont certains.

Propriété 2. — Lorsque deux événements sont incompatibles, la probabilité que l'un ou l'autre se réalise est égale à la somme des probabilités.

— La somme des probabilités d'un événement et de son contraire est égale à 1.

Exemple(s) 6. • Soient A : « obtenir 5 ou 6 » et B : « Obtenir 1 »

A et B sont incompatibles donc la probabilité que A ou B se réalise est : $P(A \cup B) =$

- L'événement contraire de B est « Ne pas obtenir 1 » c'est à dire « Obtenir au moins 2 » donc $P(\text{non}B) =$

3 Expériences à 2 épreuves

Lorsqu'on fait des expériences aléatoires composée de 2 épreuves successives, il est courant d'utiliser des arbres de probabilités pour représenter la situation.

Ce dernier permettra de calculer les probabilités des issues (qui seront des couples ici).

Définition 7. Un arbre de probabilités est composé de branches qui relient les issues des expériences et sur lesquelles figurent les probabilités des issues.

Propriété 3. Pour chaque issue de l'expérience à deux épreuves, on peut calculer la probabilité en multipliant les probabilités sur le chemin partant de la racine de l'arbre jusqu'à l'issue finale.

Exemple(s) 7.

On lance une pièce puis on tire une boule dans une urne contenant 1 boule noire, 2 boules vertes et 2 boules bleues.

