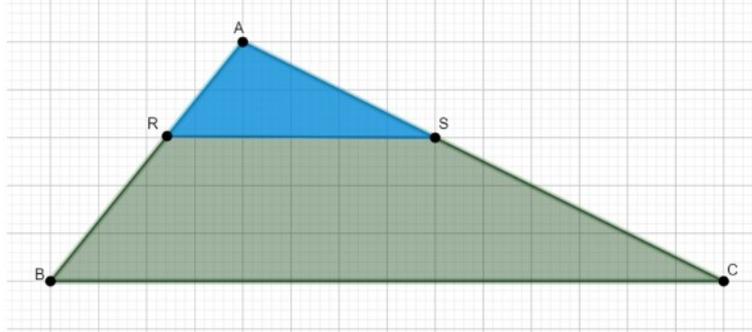


# 1 Le Théorème

**Propriété 1.** Dans un triangle  $ABC$ , si une droite  $(RS)$  est sécante avec deux côtés de  $ABC$  et parallèle au troisième, alors on a deux triangles semblables.

**Exemple(s) 1.**

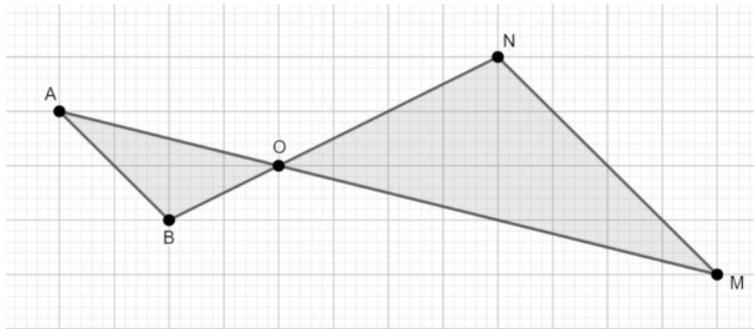


**Théorème 1.** Soient  $(AM)$  et  $(BN)$  deux droites sécantes en  $O$ . Si les droites  $(AB)$  et  $(MN)$  sont parallèles alors on a l'égalité des rapports :

$$\frac{OA}{OM} = \frac{OB}{ON} = \frac{AB}{MN} \quad (\text{Égalité de Thalès})$$

**Remarque 1.** C'est à dire que les triangles  $OAB$  et  $OMN$  sont semblables. (Les longueurs sont donc proportionnelles)

**Exemple(s) 2.**



**Application 1.** Calculer une Longueur  $DE = ?$ . Ici  $(DE) \parallel (BC)$ .

Les points  $A, D, B$  et  $A, E, C$  sont alignés dans le même ordre.

Les droites  $(DE)$  et  $(BC)$  sont parallèles.

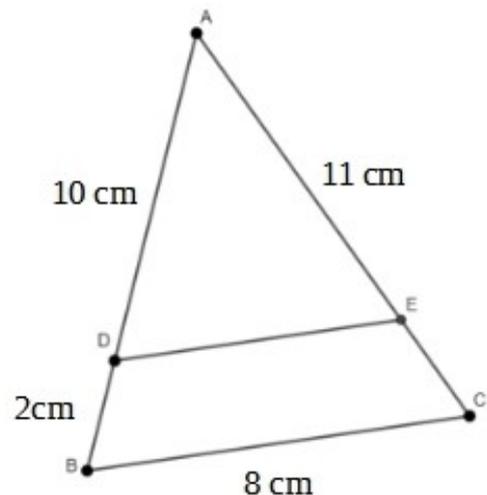
Donc, d'après le **théorème de Thalès**, on a :

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$

$$\text{Donc } \frac{10}{12} = \frac{11}{AC} = \frac{DE}{8}$$

$$\text{Donc } DE = \frac{8 \times 10}{12} \quad (\text{Produits en croix}).$$

Et finalement  $DE \approx 6.7 \text{ cm}$



## 2 La Contraposée et La Réciproque

### Propriété 2. (La Contraposée)

Soient  $O, A, M$  et  $O, B, N$  des points alignés dans le même ordre. Si deux des rapports suivants ne sont pas égaux :

$$\frac{OA}{OM} \quad ; \quad \frac{OB}{ON} \quad ; \quad \frac{AB}{MN}$$

Alors, les droites  $(AB)$  et  $(MN)$  ne sont pas parallèles.

### Exemple(s) 3. $(AB)$ et $(NM)$ sont-elles parallèles ?

Les points  $A, O, M$  et  $B, O, N$  sont alignés dans le même ordre.

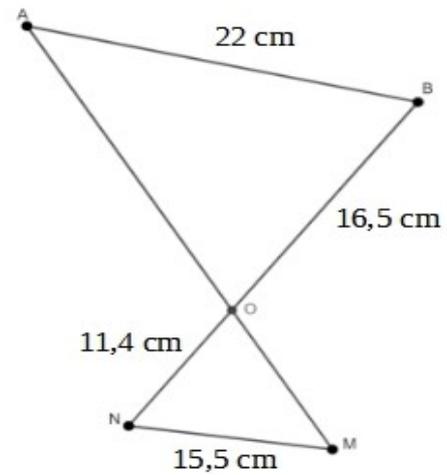
On a :

$$\frac{ON}{OB} = \frac{11,4}{16,5} \approx 0,69$$

$$\frac{MN}{AB} = \frac{15,5}{22} \approx 0,70$$

$$\text{Donc } \frac{ON}{OB} \neq \frac{MN}{AB}$$

Donc, d'après la contraposée du théorème de Thalès, les droites  $(DE)$  et  $(BC)$  ne sont pas parallèles.



### Propriété 3. (La Réciproque)

Soient  $O, A, M$  et  $O, B, N$  des points alignés dans le même ordre. Si :

$$\frac{OA}{OM} = \frac{OB}{ON} \quad (\text{Les rapports faisant intervenir le sommet commun})$$

Alors on a que  $(AB)$  et  $(MN)$  sont parallèles.

### Exemple(s) 4. $(KL)$ et $(TU)$ sont-elles parallèles ?

Les points  $K, I, U$  et  $L, I, T$  sont alignés dans le même ordre.

On a :

$$\frac{IT}{IL} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{IU}{IK} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

$$\text{Donc } \frac{IT}{IL} = \frac{IU}{IK}$$

Donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites  $(KL)$  et  $(TU)$  sont parallèles.

